TECHNIQUE ET SALAIRES:

LIMITES DE L'INTERPRÉTATION "CLASSIQUE"

DE LA THÉORIE DE LA VALEUR DE MARX

Edith Alicia Klimovsky[*]

L'interprétation la plus répandue de la théorie de Marx affirme que les valeurs sont déterminées, indépendamment du marché, par les conditions de production. Cette idée, dont la première formalisation se trouve dans les travaux de Bortkiewicz[1] du début du siècle, a été reprise ensuite par des nombreux auteurs contemporains, comme Abraham-Frois, Berrebi, Bidard, Dumenil, Medio, Morishima, Pasinetti et Steedman, parmi bien d'autres[2]. Dans ce cadre, le caractère social des valeurs est expliqué essentiellement par le fait que celles-ci sont le résultat d'un système d'interdépendance générale[3].

D'après cette interprétation, la validité de la théorie de la valeur de Marx suppose que la composition en valeur du capital est uniforme dans toutes les branches, ce qui implique une articulation particulière entre la matrice des coefficients techniques et le vecteur de travail homogène de l'économie[4]. Puisque les travaux qui interviennent dans la production des marchandises sont aussi hétérogènes que celles-ci, il est nécessaire d'expliciter le critère qui est adopté pour calculer le vecteur de travail homogène.

---

[*]Je remercie Carlo Benetti, Christian Bidard, Gérard Duménil, Sergio Hernández, Dominique Lévy, Felipe Peredo et Antoine Rebeyrol pour leurs commentaires.

[1]Cf. Bortkiewicz, L. v., [1906]- y [1907].

[2]Cf., par exemple: Abraham-Frois, G. et Berrebi, E., [1976], pp. 11-13; Bidard, Ch., [1991], p. 62; Duménil, G.[1980], p. 25; Medio, A., [1972], p. 333; Morishima, M., [1973], pp. 14-15 et 192-193; Pasinetti, L., [1975], p. 92; et Steedman, I., [1977], p. 55.

[3]Cf., par exemple, Morishima, M., [1973], p. 14.

[4]Cf., par exemple, Pasinetti, L., [1975], notes 9 et 10 du chapitre V.

La question de l'homogénéisation des travaux est généralement évitée en supposant que le travail est physiquement homogène[5]. Parfois il s'agit simplement d'une hypothèse provisoire, qui est remplacée ensuite par une autre d'après laquelle les travaux complexes ont été réduits en équivalents du travail simple. La difficulté est ainsi contournée sans que le problème ne soit résolu, car le plus souvent le processus de réduction n'est pas expliqué[6].

Une autre solution est celle des premiers économistes classiques du XVIIIème siècle[7]: les travaux concrets sont homogénéisés par leurs salaires. Le principal argument évoqué afin de justifier l'adoption de ce critère est l'obtention d'un taux d'exploitation uniforme pour les différents types de travail[8].

Notons que cette règle est précisément celle qu'applique Keynes pour définir le niveau général de l'emploi[9], et qu'elle est aussi à la base du calcul du vecteur de travail homogène qui figure dans le système des prix classique[10].

En définitive, si l'on adopte le critère classique, la théorie de Marx ne se distingue pas logiquement de la théorie ricardienne de la valeur-travail, construite à partir des conditions de production, en dehors de la circulation, et en supposant l'homogénéisation des travaux par leurs salaires.

Dans cet article, nous nous proposons d'examiner les limites de cette interprétation, que nous nous sommes permis d'appeler "classique", sans discuter si elle exprime d'une manière adéquate les idées de Marx, ce qui exigerait sa confrontation avec les textes de cet auteur. Pour cette raison, nous nous bornons à examiner les effets sur la théorie de Marx du principe classique d'homogénéisation des travaux.

---

[5]En ce cas, les quantités de travail homogène sont considérées comme une donnée technique. Cf., par exemple, Bidard,. Ch., [1991], p. 22, et Pasinetti, L. [1975], p. 92.
[6]Cf., par exemple, Abraham-Frois, G., et Berrebi, E., [1976], pp. 7-8 et 10.
[7]Cf., par exemple, Cantillon., R., [1755], chapitres VII et VIII, et Smith, A., [1776], pp. 117 et 220.
[8]Cf., par exemple, Morishima, M. [1973], pp. 192-193, et Steedman, I., [1985], pp. 554-555.
[9]Cf. Keynes, J. M., [1936], p. 60.
[10]Cf. Ricardo, D., [1821], p. 21-22.

Plus précisément, après avoir éclairci les notions de technique, de travail homogène et de composition du capital, nous allons montrer que si l'on accepte cette interprétation "classique", la théorie de Marx n'est pas compatible avec n'importe quelle technique viable, ce qui réduit notablement sa portée. Cette limite est beaucoup plus grave pour la théorie de Marx, étant donnée son aspiration à la généralité, que pour la théorie ricardienne de la valeur-travail, considérée par son auteur comme un cas particulier.

1. Technique d'une économie

La technique d'une économie est représentée par deux matrices non négatives: la matrice **A** = $[a_{ij}]$ des coefficients techniques et la matrice **N** = $[n_{ih}]$ des travaux concrets[11]. Tandis que la première est nécessairement carrée, la deuxième peut être carrée ou rectangulaire selon que le nombre de marchandises est égal ou non au nombre des variétés de travaux employés pour les produire.

L'interprétation technico-économique de la dépendance linéaire des lignes et des colonnes des matrices **A** et **N** n'est pas en général très évidente, à l'exception des cas de proportionnalité. Lorsque deux ou plusieurs lignes de la matrice **A** (ou **N**) sont proportionnelles, les mêmes moyens de production (ou types de travail) sont utilisés dans des proportions égales dans plus d'une branche de la production. On dit alors que la composition technique des moyens de production (ou travaux) est identique dans ces branches. D'ailleurs, la proportionnalité de quelques unes des colonnes de la matrice **A** (ou **N**) signifie que certains moyens de production (ou types de travail) sont employés dans des proportions fixes dans la production de toutes les marchandises.

La dépendance linéaire des lignes et des colonnes des matrices de travaux concrets rectangulaires, d'ordre $n \times k$ (où n désigne le nombre des marchandises et k le nombre des travaux concrets), est encore beaucoup moins claire. Quand le nombre de marchandises est supérieur à celui des travaux employés dans la production, le rang de la matrice **N** est tout au plus égal à k, donc au moins n - k lignes de cette matrice sont linéairement dépendantes. En revanche, si le nombre de marchandises est inférieur à celui des travaux, son rang ne peut pas être supérieur à n, c'est-à-dire, la matrice **N** a au moins k - n colonnes linéairement dépendantes. Cela n'implique aucune hypothèse spéciale en ce qui concerne la technique de production des marchandises, mais indique simplement que n - k lignes (ou k - n colonnes) de la matrice **N** peuvent s'exprimer mathématiquement comme combinaison linéaire de certaines ou de toutes ses lignes (ou colonnes) linéairement indépendantes.

2. Homogénéisation des travaux par leurs salaires

Quand les travaux concrets sont homogénéisés par leurs salaires, le vecteur ***l*** de travail homogène s'obtient en multipliant la matrice **N** par un vecteur $\boldsymbol{\omega}$ qui indique la structure des salaires des différents types de travail, soit:

$$\mathbf{N}\,\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{l} \qquad [1]$$

Notons que le rang de la matrice **N** est nécessairement égal à celui de la matrice élargie[12]. Par conséquent, la dépendance linéaire de deux ou plusieurs lignes de la matrice **N** implique le même type de dépendance linéaire des éléments correspondants du vecteur ***l***.

Le vecteur de travail homogène ainsi calculé représente, soit des quantités du type particulier de travail dont le salaire est pris comme unité de mesure de tous les salaires, soit la répartition du travail homogène entre les branches, si les différents salaires sont exprimés en terme de la masse salariale de l'économie[13]. Dès lors, l'homogénéité du travail n'est en aucune façon l'expression d'une hypothèse concernant l'existence d'une seule classe de travail, mais le résultat de la réduction des différences de qualité des travaux à des différences équivalentes de quantité.

---

[11] a_{ij} et n_{ih} représentent, respectivement, la quantité de marchandise j et de travail h employés pour produire une quantité donnée de la marchandise i.
[12] Il s'agit de la matrice **N** à laquelle on ajoute le vecteur ***l*** comme colonne supplémentaire.
[13] Cf. Klimovsky, E., [1993], pp. 169-171.

En somme, lorsque l'homogénéisation des divers types de travail est fondée sur le rapport salarial, le vecteur de travail homogène n'est pas une donnée purement technique, puisqu'il dépend de la structure des salaires. Cette dernière est soit considérée comme exogène ou, sinon, est expliquée en se référant essentiellement à la notion de capital humain, auquel cas elle est influencée par les variations du taux de profit[14].

3. Composition en valeur et technique du capital

La litterature contemporaine n'a pas accordé une attention suffisante à la matrice **N,** ce qui a eu des effets négatifs sur les analyses qui utilisent le concept de travail homogène. Tel est le cas, par exemple, de la composition du capital[15] qui est en général définie en comparant la matrice des coefficients techniques et le vecteur de travail homogène, sans aucune référence à la matrice des travaux concrets.

Il est usuellement affirmé que la condition nécessaire et suffisante pour que la composition en valeur du capital d'un système économique soit uniforme est que le vecteur $\boldsymbol{l}$ de travail homogène soit vecteur propre associé à la valeur propre dominante de la matrice **A** des coefficients techniques, soit:

$$\mathbf{A}\,\boldsymbol{l} = \lambda_{m(\mathbf{A})}\,\boldsymbol{l} \qquad [2]$$

où $\lambda_{m(\mathbf{A})}$ indique la valeur propre dominante de la matrice **A**[16]. En ce cas, les vecteurs de travail homogène correspondants aux différentes étapes du processus de production sont tous

[14] CF. Kurz, H. D. et Salvadori, N. [1995], pp. 327-344.
[15] Rappelons que, chez Marx et les classiques, le capital comprend les moyens de production et les salaires.
[16] Si l'on a, par exemple, la matrice des coefficients techniques **A** suivante:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0.4 & 0 \\ 0.25 & 0.6 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

proportionnels et, par conséquent, les rapports d'échange sont déterminés par les quantités de travail employées, directement et indirectement, dans la production des marchandises.

Notons que si certaines lignes de la matrice **A** sont linéairement dépendantes, les éléments respectifs du vecteur propre associé à sa valeur propre dominante ont le même type de dépendance linéaire[17].

L'uniformité de la composition en valeur du capital n'impose aucune restriction quant aux rangs des matrices des coefficients techniques et des travaux concrets. Dès lors, cette propriété d'un système économique ne représente qu'une articulation particulière entre la matrice des coefficients techniques et le vecteur de travail homogène, et ne donne aucune information sur la composition technique du capital.

Dans la littérature habituelle, l'identité de la composition technique du capital est présentée comme un cas particulier de l'uniformité de la composition en valeur, pour laquelle toutes les

---

la composition en valeur du capital du système est uniforme si et seulement si le vecteur ***l*** de travail homogène est vecteur propre associé à la valeur propre dominante de la matrice **A**, c'est-à-dire, si ce vecteur a la structure suivante:

$$\boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} 0.202 \\ 0.371 \\ 0.427 \end{bmatrix}$$

[17]Si l'on a, par exemple, une matrice dont la troisième ligne est égale à la somme d'un quart de la première plus la moitié de la deuxième, comme dans le cas suivant:

$$\begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.1 & 0.4 \\ 0.175 & 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}$$

le vecteur propre associé à sa valeur propre dominante est:

$$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 1.0 \\ 0.625 \end{bmatrix}$$

dont le troisième élément est égal à la somme du quart du premier plus la moitié du deuxième.

lignes de la matrice des coefficients techniques sont proportionnelles[18]. Si le travail n'est pas physiquement homogène, cela suppose non seulement que toutes les lignes de la matrice des travaux concrets sont proportionnelles, mais aussi que les matrices **A** et **N** ont le même type de dépendance linéaire[19]. En effet, si toutes les lignes de la matrice des travaux concrets sont proportionnelles, les éléments du vecteur de travail homogène ont alors le même type de dépendance linéaire que les lignes de la matrice **N**, quelle que soit la structure des salaires. D'autre part, si toutes les lignes de la matrice des coefficients techniques sont proportionnelles, les éléments du vecteur propre associé à sa valeur propre dominante ont le même type de dépendance linéaire que les lignes de la matrice **A**.

4. Le problème

Dans le cadre de l'interprétation "classique", la validité de la théorie de la valeur de Marx présuppose que le vecteur de travail homogène est le vecteur propre associé à la valeur propre dominante de la matrice des coefficients techniques. D'ailleurs, ce vecteur doit pouvoir être exprimé comme combinaison linéaire des colonnes de la matrice des travaux concrets. La théorie de la valeur de Marx n'est donc compatible avec une technique quelconque que si ces deux conditions sont remplies.

En général, étant donnée la technique de une économie, une fois calculé le vecteur de travail homogène qui satisfait la théorie de la valeur (cf. le système [2]), l'homogénéisation des travaux à partir du rapport salarial représente formellement la résolution d'un système

[18]Dans ce cadre, un exemple d'un système où la composition technique du capital est identique dans toutes les branches est donné par la matrice des coefficients techniques et le vecteur de travail homogène suivants:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.100 & 0.150 & 0.200 \\ 0.200 & 0.300 & 0.400 \\ 0.150 & 0.225 & 0.300 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} 0.222 \\ 0.444 \\ 0.333 \end{bmatrix}$$

[19]Une matrice des travaux concrets compatible avec le système décrit dans la note 17 est, par exemple, la suivante:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 10 & 30 \\ 20 & 60 \\ 15 & 45 \end{bmatrix}$$

d'équations linéaires dont les inconnues sont les salaires des différents types de travail (cf. le système [1]).

Il s'agit alors de savoir s'il existe au moins une structure des salaires positifs qui transforme la matrice des travaux concrets en le vecteur de travail homogène requis par la théorie de la valeur, qui ne dépend que des caractéristiques de la matrice des coefficients techniques. L'existence d'une telle structure des salaires assure la compatibilité de la théorie de la valeur, interprétée à la manière "classique", avec une technique quelconque, représentée par les matrices des coefficients techniques et des travaux concrets.

Remarquons qu'il existe des techniques pour lesquelles la théorie de la valeur de Marx, d'après l'interprétation "classique", n'est jamais vérifiée, quelle que soit la structure des salaires. Comme on l'a vu, lorsque toutes les lignes de la matrice des travaux concrets sont proportionnelles, le vecteur de travail homogène est indépendant de la structure des salaires. Ceci étant, si le vecteur de travail homogène qui résulte de l'homogénéisation des différents types de travail n'est pas le vecteur propre de Perron-Frobenius de la matrice des coefficients techniques, la théorie de la valeur de Marx sera incompatible avec la technique en question, quelle que soit la structure des salaires[20].

[20]Soit une économie dont la technique est définie par une matrice **A** quelconque et une matrice **N** qui suppose l'identité de la composition technique des travaux concrets; par exemple:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0.4 & 0 \\ 0.25 & 0.6 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 6 & 3 \\ 1 & 0.5 & 2 & 3 & 1.5 \\ 3 & 1.5 & 6 & 9 & 4.5 \end{bmatrix}$$

Pour faciliter les comparaisons, considérons les vecteurs de travail homogène qui représentent sa répartition entre les branches. Dans cette économie, pour que la théorie de la valeur soit vérifiée, le vecteur de travail homogène doit non seuelment avoir la structure suivante:

$$\boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} 0.202 \\ 0.371 \\ 0.427 \end{bmatrix}$$

mais il doit aussi pouvoir être exprimé comme combinaison linéaire des colonnes de la matrice des travaux concrets. Or, étant données les caractéristiques de la matrice **N**, si les différents types de travail sont homogénéisés à partir du rapport salarial, la structure du vecteur de travail homogène sera la suivante, quelle que soit la structure des salaires:

5. Conditions pour l'existence d'une structure des salaires positifs

Étant donnés la matrice **N** des travaux concrets et le vecteur ***l*** de travail homogène requis par la théorie de la valeur, le système d'équations linéaires dont les inconnues sont les salaires n'a pas toujours une solution mathématique; et, lorsqu'il en a une, celle-ci peut ne pas être positive, auquel cas elle n'est pas économiquement acceptable[21].

L'existence d'au moins une solution mathématique dépend, d'un côté, de l'ordre et du rang de la matrice **N**, et de l'autre du rapport entre ce dernier et le rang de la matrice élargie.

Si la matrice **N** est carrée et régulière, quel que soit le vecteur de travail homogène, il existe toujours un vecteur $\boldsymbol{\omega}$ unique, défini par le produit de l'inverse de la matrice **N** et du vecteur ***l*** donnés, mais ce vecteur $\boldsymbol{\omega}$ peut ne pas être positif.

Dans tous les autres cas, -c'est-à-dire si **N** est un matrice carrée d'ordre n et de rang inférieur à n, ou si **N** est un matrice rectangulaire- la condition pour que le système d'équations ait au moins une solution est que le rang de la matrice élargie soit égal au rang de la matrice **N**. En général, si cette condition est vérifiée, le système admet une infinité de solutions, sauf si le nombre de marchandises est supérieur au nombre de travaux et la matrice **N** est de rang k, auquel cas la solution est unique.

La recherche des conditions pour avoir des solutions mathématiques économiquement acceptables revient à s'interroger sur les caractéristiques des matrices **A** et **N** qui assurent l'existence d'un vecteur $\boldsymbol{\omega}$ tel que:

$$l = \begin{bmatrix} 0.3333 \\ 0.1667 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

Elle diffère de celle qui est requise par la théorie de la valeur. Il s'ensuit qu'il n'existe pas dans cette économie une structure des salaires telle que la théorie de la valeurs soit vérifiée. Cette théorie n'est donc pas compatible avec la technique définie par les matrices **A** et **N** données.

[21]Cette situation est illustrée dans la section I de l'Appendice.

$$\mathbf{A}\,\mathbf{N}\,\boldsymbol{\varpi} = \lambda_{m(\mathbf{A})}\,\mathbf{N}\,\boldsymbol{\varpi}$$

Une condition suffisante d'existence d'un vecteur $\boldsymbol{\varpi}$ strictement positif est que les matrices **A** et **N** sont telles que chacune des colonnes de la première est combinaison linéaire positive des colonnes de la deuxième[22]. Par ailleurs, si aucune marchandise n'est produite en n'utilisant que du travail, étant donné que la matrice **A** est non négative, sa valeur propre dominante est positive.

En effet, si la condition suffisante ci-dessus se vérifie, on a:

$$\mathbf{A} = \mathbf{N}\,\mathbf{P}$$

où **P** est une matrice semipositive. Puisque le vecteur $\boldsymbol{l}$ peut s'écrire:

$$\boldsymbol{l} = \frac{1}{\lambda_{m(\mathbf{A})}}\,\mathbf{A}\,\boldsymbol{l}$$

on obtient:

$$\boldsymbol{l} = \frac{1}{\lambda_{m(\mathbf{A})}}\,\mathbf{N}\,\mathbf{P}\,\boldsymbol{l}$$

Si on appelle:

$$\boldsymbol{\varpi} = \frac{\mathbf{P}\,\boldsymbol{l}}{\lambda_{m(\mathbf{A})}}$$

[22]Cette situation est illustrée dans la section II de l'Appendice.

on en déduit:

$$\boldsymbol{l} \;=\; \mathbf{N}\boldsymbol{\varpi}$$

Par conséquent, si la condition suffisante ci-dessus se vérifie, il existe un vecteur de structure des salaires strictement positif qui permet d'obtenir le vecteur de travail homogène qu'exige la théorie de la valeur.

La signification économique de cette condition suffisante n'est en rien évidente car, comme on l'a déjà vu, hormis les cas de proportionnalité, l'interprétation technico-économique de la dépendance linéaire des lignes et des colonnes des matrices **A** et **N** n'est pas claire. Celle d'une dépendance entre les colonnes de ces deux matrices l'est encore moins.

6. La portée de l'interprétation "classique" de la théorie de Marx

On soutient habituellement que la théorie de la valeur de Marx, interprétée à la manière "classique", n'est valable que dans un cas particulier: celui où le vecteur de travail homogène satisfait certaines exigences qui dépendent exclusivement des caractéristiques de la matrice des coefficients techniques et qui impliquent une composition en valeur du capital uniforme dans toutes les branches. Cela suggère que, étant donnée une matrice des coefficients techniques, il est toujours possible de trouver le vecteur de travail homogène compatible avec la théorie de la valeur-travail. La portée limitée de la théorie de la valeur s'explique alors par la particularité des économies dans lesquelles la matrice des coefficients techniques et le vecteur de travail homogène se combinent d'une manière appropriée.

Cette idée est fondée sur une étude insuffisante des notions de technique, de travail homogène et de composition du capital. La définition des conditions techniques d'une économie, déduite d'une analyse de l'homogénéisation des travaux par leurs salaires, montre que l'interprétation "classique" de la théorie de Marx suppose que la matrice des travaux concrets et la matrice des coefficients techniques doivent être telles qu'il existe au moins une structure des salaires positifs permettant de transformer la première en un vecteur de travail homogène, défini comme vecteur propre de Perron-Frobenius de la deuxième. Une telle structure des salaires peut ne pas exister et la condition (suffisante) de son existence est restrictive et dépourvue de signification économique claire.

De plus, lorsque la composition technique des travaux concrets est identique dans toutes les branches, la théorie de la valeur peut s'avérer soit impossible, soit toujours valable, quelle que soit la structure des salaires. Les systèmes avec identité de la composition technique du capital constituent un exemple de ce dernier cas puisque la théorie de la valeur-travail s'y vérifie invariablement.

D'une manière générale, l'incompatibilité de la théorie de Marx, dans son interprétation "classique", avec certaines techniques est due à l'absence d'une structure des salaires positifs qui permette d'homogénéiser les différents types de travail représentés par la matrice des travaux concrets afin d'obtenir le vecteur de travail homogène que requiert la matrice des coefficients techniques.

Université Autonome Métropolitaine de Mexico (UAM)
Décembre 1997

APPENDICE

I. EXISTENCE ET POSITIVITÉ DE LA STRUCTURE DES SALAIRES

Bien que l'existence d'un vecteur de structure des salaires soit toujours garantie lorsque la matrice des travaux concrets est d'ordre n et de rang n, ce vecteur peut ne pas être positif. Par exemple, étant donnés la matrice **N** et le vecteur ***l*** suivants:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} 0.202 \\ 0.371 \\ 0.427 \end{bmatrix}$$

on a le vecteur ci-dessous de structure des salaires, qui n'est pas strictement positif:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0.1622 \\ -0.4008 \\ 0.0696 \end{bmatrix}$$

Quand **N** est un matrice carrée d'ordre n et de rang plus petit que n, ou si **N** est une matrice rectangulaire, le système peut, soit n'admettre aucune solution, soit en admettre une infinité mais aucune strictement positive, soit admettre un nombre infini de solutions, dont certaines sont positives et d'autres ne le sont pas.

Par exemple, étant donnée la matrice des travaux concrets d'ordre 3 et de rang 2:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 5 \\ 1 & 4 & 3 \\ 3 & 12 & 6 \end{bmatrix}$$

trois cas peuvent se présenter:

1. <u>Si le vecteur de travail homogène est</u>:

$$\boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} 0.5000 \\ 0.1875 \\ 0.3125 \end{bmatrix}$$

le système n'a pas de solution parce que $\boldsymbol{l}$ ne dépend pas linéairement des colonnes de la matrice **N**.

2. <u>Si le vecteur de travail homogène est</u>:

$$\boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} 0.333 \\ 0.167 \\ 0.500 \end{bmatrix}$$

le système admet une infinité de solutions, mais aucune n'est strictement positive. Toutes impliquent un salaire nul pour le troisième type de travail et des salaires positifs ou négatifs pour les deux autres, comme l'illustrent les vecteurs $\boldsymbol{\omega}_1$ et $\boldsymbol{\omega}_2$ ci-dessous:

$$\boldsymbol{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0.0556 \\ 0.0278 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\omega}_2 = \begin{bmatrix} -0.0556 \\ 0.0556 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3. Si le vecteur de travail homogène est:

$$\boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} 0.336 \\ 0.172 \\ 0.492 \end{bmatrix}$$

le système admet un nombre infini de solutions qui peuvent être ou non strictement positives, par exemple:

$$\boldsymbol{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0.0164 \\ 0.0328 \\ 0.0082 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\omega}_2 = \begin{bmatrix} 0.0328 \\ 0.0287 \\ 0.0082 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\omega}_3 = \begin{bmatrix} -0.0164 \\ 0.0410 \\ 0.0082 \end{bmatrix}$$

II. CONDITION SUFFISANTE POUR L'EXISTENCE D'UNE STRUCTURE DES SALAIRES POSITIFS

Soit une économie où la technique est définie par les matrices de coefficients techniques et de travaux concrets suivantes:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.26 & 0.09 & 0.18 \\ 0.35 & 0.13 & 0.26 \\ 0.18 & 0.12 & 0.24 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 6 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

On a $\lambda_{m(A)} = 0.573699$.

Les colonnes de la matrice des coefficients techniques sont une combinaison linéaire positive des colonnes de la matrice des travaux concrets, où:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.01 & 0.02 \\ 0.01 & 0.02 & 0.04 \\ 0.03 & 0.01 & 0.02 \end{bmatrix}$$

Le vecteur de travail homogène compatible avec la théorie de la valeur est le vecteur propre associé à la valeur propre dominante de **A**:

$$\boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} 0.2905 \\ 0.4066 \\ 0.3029 \end{bmatrix}$$

Puisque la matrice des travaux concrets est une matrice carrée d'ordre 3 et de rang 3, il existe un seul vecteur de salaires qui la transforme en ce vecteur de travail homogène. Celui-ci est positif parce que la valeur propre dominante de la matrice des coefficients techniques est positive et que ses colonnes sont une combinaison linéaire positive des colonnes de la matrice des travaux concrets. Ce vecteur est:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0.04287 \\ 0.04035 \\ 0.03288 \end{bmatrix}$$

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Abraham-Frois, G., et Berrebi, E., [1976], *Théorie de la Valeur, des Prix et de l’Accumulation*, Économica, Paris.

Bidard, Ch., [1991], *Prix*, *Reproduction*, *Rareté*, Dunod, Paris.

Bortkiewicz L. v. [1906-1907], “Value and Price in the Marxian System”, *International Economic Papers*, 2, 1952, pp. 5-60.

_____, [1907], “On the Correction of Marx’s Fundamental Theoretical Construction in the ‘Third Volume of Capital’”, in Sweezy, P. M., (de.), [1949], *Karl Marx and the Close of his System*, New York, Kelley, pp. 199-221.

Cantillon, R., [1755], *Essai sur la Nature du Commerce en Général*, I.N.E.D., Paris, 1952.

Duménil, G., [1980], *De la Valeur aux Prix de Production*, Économica, Paris.

Keynes, J.M., [1936], *Théorie Générale de l’Emploi, de l’Intérêt et de la Monnaie*, Payot, Paris, 1966.

Klimovsky, E., [1993], “Travail Salarié Concret et Abstrait: Deux Critères Classiques d’Homogénéisation du Travail”, *Cahiers d’ÉconomiePolitique* Nº 26, 1996, pp. 165-181.

Kurz, H. D. et Salvadori, N., [1995], *Theory of Production*, Cambridge University Press, Cambridge.

Medio, A., [1972], “Profits and Surplus-Value: Appearance and Reality in Capitalist Production”, in Hunt, E. K., et Schwartz, J. G., (eds), [1972], *A Critique of Economic Theory*, Penguin Books, 1973.

Morishima M., [1973], *Marx’s Economics*, Cambridge University Press, Cambridge.

Pasinetti, L., [1973], *Lezioni di teoria della Produzione*, Il Mulino, Bologne.

Ricardo, D., [1821], *Principes de l'Économie Politique et de l'Impôt*, Calmann-Lévy, Paris, 1970.

Smith, A., [1776], *La Richesse des Nations*, Flammarion, Paris, 1991.

Steedman, I., [1977], *Marx after Sraffa*, New Left Books, Londres.

_____, [1985], "Heterogeneous Labour, Money Wages, and Marx's Theory", *History of Political Economy*, nº 17, pp. 551-574.